

1. Comme le coût de fabrication de 4 milliers d'objets s'élève à 63 milliers d'euros, on a $C(4) = 63$.

$$\text{Or, } C(4) = a \times 4^2 + b \times 4 + c = 16a + 4b + c, \text{ d'où } 16a + 4b + c = 63.$$

Comme le coût de fabrication de 10 milliers d'objets s'élève à 165 milliers d'euros, on a $C(10) = 165$.

$$\text{Or, } C(10) = a \times 10^2 + b \times 10 + c = 100a + 10b + c, \text{ d'où } 100a + 10b + c = 165.$$

Comme le coût de fabrication de 20 milliers d'objets s'élève à 415 milliers d'euros, on a $C(20) = 415$.

$$\text{Or, } C(20) = a \times 20^2 + b \times 20 + c = 400a + 20b + c, \text{ d'où } 400a + 20b + c = 415.$$

$$\text{Ainsi, on a bien le système } \begin{cases} 16a + 4b + c &= 63 \\ 100a + 10b + c &= 165 \\ 400a + 20b + c &= 415 \end{cases}$$

$$2. \text{ Le système s'écrit } AX = B \text{ avec } A = \begin{pmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 100 & 10 & 1 \\ 400 & 20 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 63 \\ 165 \\ 415 \end{pmatrix}.$$

$$3. \text{ On a } \det(A) = -960. \text{ Comme } \det(A) \neq 0 \text{ alors } A \text{ est inversible. On a } A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{96} & -\frac{1}{60} & \frac{1}{160} \\ -\frac{5}{16} & \frac{2}{5} & -\frac{7}{80} \\ \frac{25}{12} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \text{ d'où } X = A^{-1} \times B = \begin{pmatrix} \frac{1}{96} & -\frac{1}{60} & \frac{1}{160} \\ -\frac{5}{16} & \frac{2}{5} & -\frac{7}{80} \\ \frac{25}{12} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 63 \\ 165 \\ 415 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ainsi, on a } C(x) = 0,5x^2 + 10x + 15$$

4. Le coût de fabrication de 30 milliers d'objets est $C(30) = 0,5 \times 30^2 + 10 \times 30 + 15 = 765$, soit 765 milliers d'euros.